

## **Всероссийская проверочная работа**

**по профильному учебному предмету «МАТЕМАТИКА»**

**для обучающихся по программам среднего профессионального образования,  
завершивших в предыдущем учебном году освоение общеобразовательных предметов,  
проходящих обучение по очной форме на базе основного общего образования.**

### **Образец**

#### **Инструкция по выполнению работы**

На выполнение работы по математике отводится 2 часа (120 минут). Работа включает в себя 15 заданий.

Ответы к заданиям 1–11 записываются в виде числа или последовательности цифр. Ответ запишите в поле ответа в тексте работы, а затем перенесите в бланк ответов № 1. Единицы измерения в ответе указывать не надо. Если получилась обыкновенная дробь, ответ запишите в виде десятичной.

Ответы на задания 12–15 запишите в поля ответов в тексте работы.

При выполнении работы не разрешается пользоваться учебниками, рабочими тетрадями, справочниками, калькулятором.

При необходимости можно пользоваться черновиком. Записи в черновике проверяться и оцениваться не будут.

Советуем выполнять задания в том порядке, в котором они даны. Для экономии времени пропускайте задание, которое не удаётся выполнить сразу, и переходите к следующему. Если после выполнения всей работы у Вас останется время, то Вы сможете вернуться к пропущенным заданиям.

Баллы, полученные Вами за выполненные задания, суммируются. Постарайтесь выполнить как можно больше заданий и набрать наибольшее количество баллов.

***Желаем успеха!***

*Ответами к заданиям 1–11 являются число или последовательность цифр. Ответы сначала укажите в тексте работы, а затем перенесите в БЛАНК ОТВЕТОВ № 1 справа от номера соответствующего задания, начиная с первой клеточки. Если ответом является последовательность цифр, то запишите её без пробелов и других дополнительных символов. Каждый символ пишите в отдельной клеточке в соответствии с приведёнными в бланке образцами.*

1

Найдите значение выражения  $(6,7 - 3,2) \cdot 2,4$ .

Ответ: \_\_\_\_\_

ИЛИ

Найдите значение выражения  $\left(\frac{8}{33} + \frac{13}{22}\right) : \frac{5}{18}$ .

Ответ: \_\_\_\_\_

2

Ивану Кузьмичу начислена заработная плата 20 000 рублей. Из этой суммы вычитается налог на доходы физических лиц в размере 13%. Сколько рублей он получит после уплаты подоходного налога?

Ответ: \_\_\_\_\_

ИЛИ

ЕГЭ по физике сдавали 25 выпускников школы, что составляет треть от общего числа выпускников. Сколько выпускников этой школы **не сдавали** экзамен по физике?

Ответ: \_\_\_\_\_

ИЛИ

Площадь земель фермерского хозяйства, отведённых под посадку сельскохозяйственных культур, составляет 24 гектара и распределена между зерновыми и овощными культурами в отношении 5 : 3 соответственно. Сколько гектаров занимают овощные культуры?

Ответ: \_\_\_\_\_

3

Мощность постоянного тока (в ваттах) вычисляется по формуле  $P = I^2 R$ , где  $I$  — сила тока (в амперах),  $R$  — сопротивление (в омах). Пользуясь этой формулой, найдите  $P$  (в ваттах), если  $R = 5$  Ом и  $I = 7$  А.

Ответ: \_\_\_\_\_

ИЛИ

Среднее геометрическое трёх положительных чисел:  $a$ ,  $b$  и  $c$  — вычисляется по формуле  $g = \sqrt[3]{abc}$ . Вычислите среднее геометрическое чисел 5, 25, 27.

Ответ: \_\_\_\_\_

ИЛИ

Площадь треугольника можно вычислить по формуле  $S = \frac{abc}{4R}$ , где  $a$ ,  $b$  и  $c$  — стороны треугольника, а  $R$  — радиус окружности, описанной около этого треугольника. Пользуясь этой формулой, найдите площадь  $S$ , если  $a = 10$ ,  $b = 9$ ,  $c = 17$  и  $R = \frac{85}{8}$ .

Ответ: \_\_\_\_\_

4

Найдите  $\cos \alpha$ , если  $\sin \alpha = 0,8$  и  $90^\circ < \alpha < 180^\circ$ .

Ответ: \_\_\_\_\_

ИЛИ

Найдите значение выражения  $(2\sqrt{13} - 1)(2\sqrt{13} + 1)$ .

Ответ: \_\_\_\_\_

ИЛИ

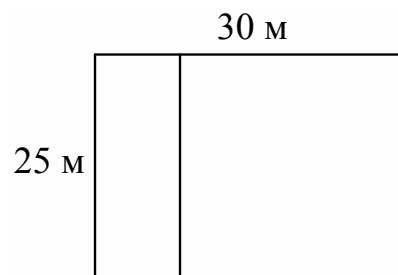
Найдите значение выражения  $\log_3 1,8 + \log_3 5$ .

Ответ: \_\_\_\_\_

5

Дачный участок имеет форму прямоугольника со сторонами 25 метров и 30 метров. Хозяин планирует обнести его забором и разделить таким же забором на две части, одна из которых имеет форму квадрата. Найдите суммарную длину забора в метрах.

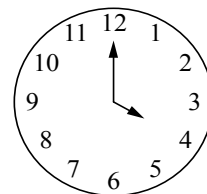
Ответ: \_\_\_\_\_



ИЛИ

Какой угол (в градусах) образуют минутная и часовая стрелки в 16:00?

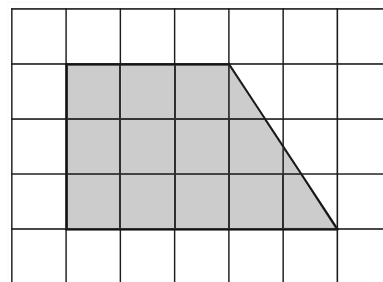
Ответ: \_\_\_\_\_



ИЛИ

План местности разбит на клетки. Каждая клетка обозначает квадрат  $1\text{ м} \times 1\text{ м}$ . Найдите площадь участка, изображённого на плане. Ответ дайте в квадратных метрах.

Ответ: \_\_\_\_\_



6

Для обслуживания международного семинара необходимо собрать группу переводчиков. Сведения о кандидатах представлены в таблице.

Номер переводчика	Язык	Стоимость услуг (руб. в день)
1	Немецкий, испанский	7000
2	Английский, немецкий	6000
3	Английский	3000
4	Английский, французский	6000
5	Французский	2000
6	Испанский	4000

Пользуясь таблицей, соберите хотя бы одну группу, в которой переводчики вместе владеют четырьмя иностранными языками: английским, немецким, французским и испанским, а суммарная стоимость их услуг не превышает 12 000 рублей в день.

В ответе укажите какой-нибудь один набор номеров переводчиков без пробелов, запятых и других дополнительных символов.

Ответ: \_\_\_\_\_

**ИЛИ**

В таблице приведены данные о шести чемоданах.

Номер чемодана	Длина (см)	Высота (см)	Ширина (см)	Масса (кг)
1	65	40	25	19
2	84	72	49	24
3	92	80	36	23
4	75	60	45	25
5	83	65	48	22,5
6	95	75	42	30

По правилам авиакомпании сумма трёх измерений (длина, высота, ширина) чемодана, сдаваемого в багаж, не должна превышать 203 см, а масса не должна быть больше 23 кг. Какие чемоданы можно сдать в багаж по правилам этой авиакомпании?

В ответе укажите номера всех выбранных чемоданов без пробелов, запятых и других дополнительных символов.

Ответ: \_\_\_\_\_

**ИЛИ**

Строительная фирма планирует купить  $70 \text{ м}^3$  пеноблоков у одного из трёх поставщиков. Цены и условия доставки приведены в таблице.

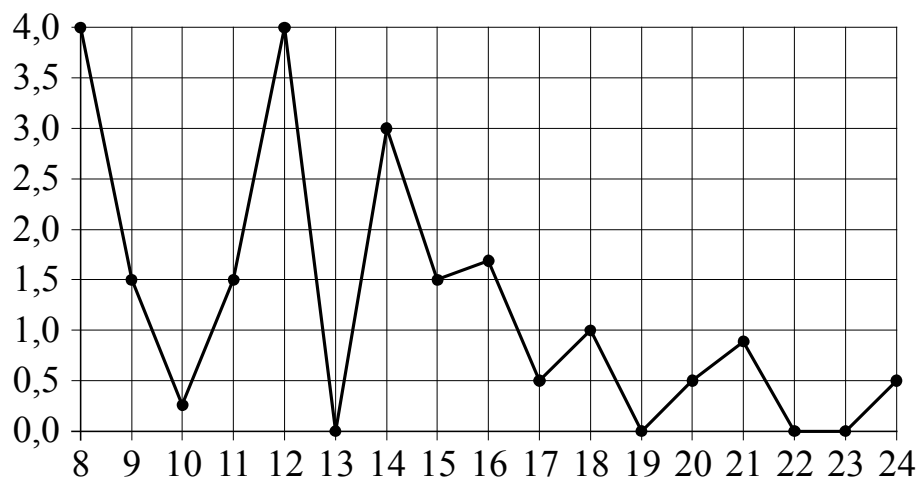
Поставщик	Стоимость пеноблоков (руб. за $1 \text{ м}^3$ )	Стоимость доставки (руб.)	Дополнительные условия
А	2600	10 000	Нет
Б	2800	8000	При заказе товара на сумму свыше 150 000 рублей доставка бесплатная
В	2700	8000	При заказе товара на сумму свыше 200 000 рублей доставка бесплатная

Сколько рублей нужно заплатить за самую дешёвую покупку с доставкой?

Ответ: \_\_\_\_\_

7

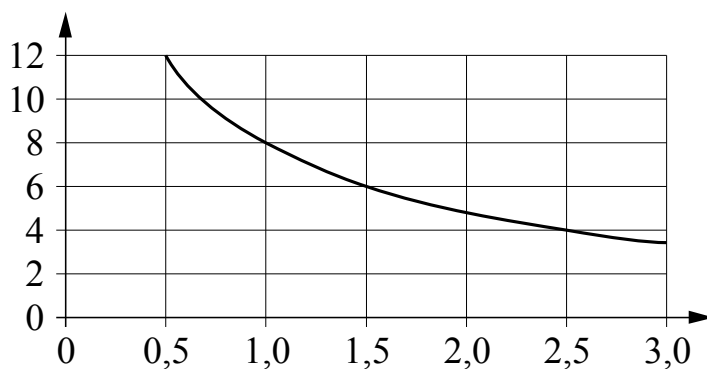
На рисунке жирными точками показано суточное количество осадков, выпадавших в Томске с 8 по 24 января 2005 г. По горизонтали указаны числа месяца; по вертикали — количество осадков, выпавших в соответствующий день, в миллиметрах. Для наглядности жирные точки на рисунке соединены линией. Определите по рисунку, какого числа в Томске впервые выпало ровно 1,5 миллиметра осадков.



Ответ: \_\_\_\_\_

ИЛИ

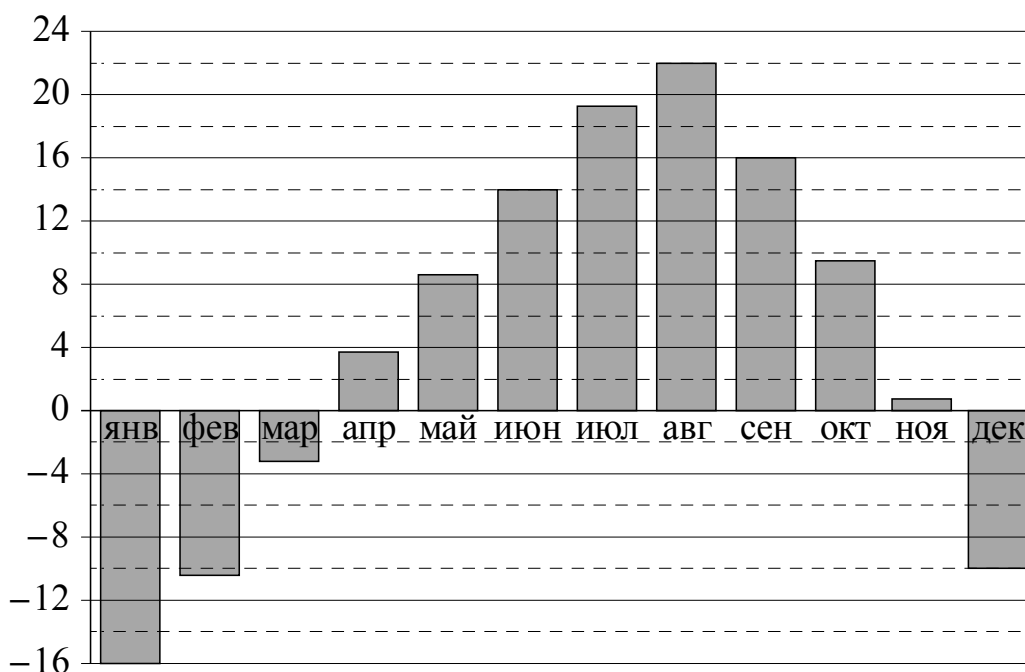
Мощность отопителя в автомобиле регулируется дополнительным сопротивлением. При этом меняется сила тока в электрической цепи электродвигателя: чем меньше сопротивление, тем больше сила тока и быстрее вращается мотор отопителя. На графике показана зависимость силы тока от величины сопротивления. На горизонтальной оси отмечено сопротивление в омах; на вертикальной оси — сила тока в амперах. Определите по графику, на сколько омов увеличилось сопротивление в цепи при уменьшении силы тока с 12 ампер до 4 ампер.



Ответ: \_\_\_\_\_

## ИЛИ

На диаграмме показана среднемесячная температура воздуха во Владивостоке за каждый месяц 2013 г. По горизонтали указываются месяцы; по вертикали — температура в градусах Цельсия. Определите по приведённой диаграмме, сколько было месяцев с отрицательной среднемесячной температурой.



Ответ: \_\_\_\_\_

8

Когда какая-нибудь кошка идёт по забору, пёс Шарик, живущий в будке возле дома, обязательно лает. Выберите утверждения, которые верны при приведённом условии.

- 1) Если Шарик не лает, значит, по забору идёт кошка.
- 2) Если Шарик молчит, значит, кошка по забору не идёт.
- 3) Если по забору идёт чёрная кошка, Шарик не лает.
- 4) Если по забору пойдёт белая кошка, Шарик будет лаять.

В ответе запишите номера выбранных утверждений без пробелов, запятых и других дополнительных символов.

Ответ: \_\_\_\_\_

**ИЛИ**

В классе учится 20 человек, из них 13 человек посещают кружок по истории, а 10 — кружок по математике. Выберите утверждения, которые верны при указанных условиях.

- 1) Каждый ученик этого класса посещает оба кружка.
- 2) Найдутся хотя бы двое из этого класса, кто посещает оба кружка.
- 3) Если ученик из этого класса ходит на кружок по истории, то он обязательно ходит на кружок по математике.
- 4) Не найдётся 11 человек из этого класса, которые посещают оба кружка.

В ответе запишите номера выбранных утверждений без пробелов, запятых и других дополнительных символов.

Ответ: \_\_\_\_\_

9

В сборнике билетов по биологии всего 25 билетов. Только в двух билетах встречается вопрос о грибах. На экзамене выпускнику достаётся один случайно выбранный билет из этого сборника. Найдите вероятность того, что в этом билете будет вопрос о грибах.

Ответ: \_\_\_\_\_

**ИЛИ**

Вероятность того, что мотор холодильника прослужит более 1 года, равна 0,8, а вероятность того, что он прослужит более 2 лет, равна 0,6. Какова вероятность того, что мотор прослужит более 1 года, но не более 2 лет?

Ответ: \_\_\_\_\_

**ИЛИ**

Стрелок при каждом выстреле поражает мишень с вероятностью 0,3, независимо от результатов предыдущих выстрелов. Какова вероятность того, что он поразит мишень, сделав не более 3 выстрелов?

Ответ: \_\_\_\_\_

10

Каждому из четырёх неравенств в левом столбце соответствует одно из решений в правом столбце. Установите соответствие между неравенствами и их решениями.

## НЕРАВЕНСТВА

А)  $\log_2 x > 0$

Б)  $2^{-x} > 2$

В)  $\frac{x}{x-1} < 0$

Г)  $\frac{1}{x(x-1)} > 0$

## РЕШЕНИЯ

1)  $(-\infty; 0) \cup (1; +\infty)$

2)  $(1; +\infty)$

3)  $(-\infty; -1)$

4)  $(0; 1)$

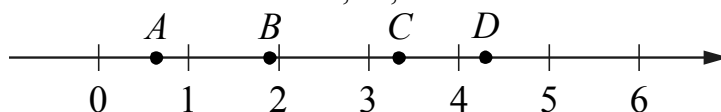
Впишите в приведённую в ответе таблицу под каждой буквой соответствующий решению номер.

Ответ:

А	Б	В	Г

## ИЛИ

На координатной прямой отмечены точки  $A$ ,  $B$ ,  $C$  и  $D$ .



Каждой точке соответствует одно из чисел в правом столбце. Установите соответствие между указанными точками и числами.

## ТОЧКИ

 $A$  $B$  $C$  $D$ 

## ЧИСЛА

1)  $\log_3 2$

2)  $\frac{30}{7}$

3)  $\sqrt{3,5}$

4)  $\left(\frac{3}{10}\right)^{-1}$

В таблице для каждой точки укажите номер соответствующего числа.

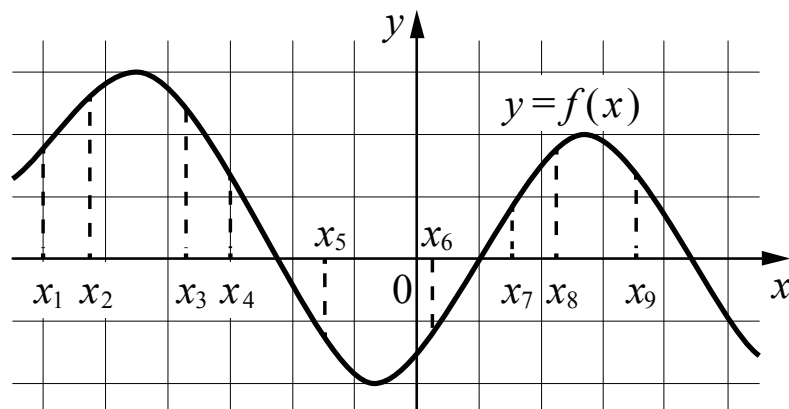
Ответ:

А	Б	С	Д

11

На рисунке изображён график дифференцируемой функции  $y = f(x)$ .

На оси абсцисс отмечены девять точек:  $x_1, x_2, \dots, x_9$ .



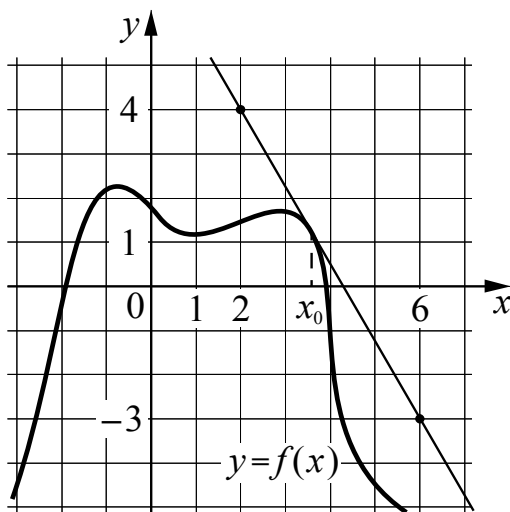
Найдите все отмеченные точки, в которых производная функции  $f(x)$  отрицательна. В ответе укажите количество этих точек.

Ответ: \_\_\_\_\_

ИЛИ

На рисунке изображены график функции  $y = f(x)$  и касательная к нему в точке с абсциссой  $x_0$ .

Найдите значение производной функции  $f(x)$  в точке  $x_0$ .



Ответ: \_\_\_\_\_

**Не забудьте перенести все ответы на задания 1–11 в бланк ответов № 1 в соответствии с инструкцией по выполнению работы.**

**Проверьте, чтобы каждый ответ был записан в строке с номером соответствующего задания.**

*Ответы на задания 12–15 запишите в поля ответов в тексте работы.*

12

Решите уравнение  $(4^x - 9 \cdot 2^x + 8) \cdot \sqrt{x - 2} = 0$ .

Решение.

Ответ:

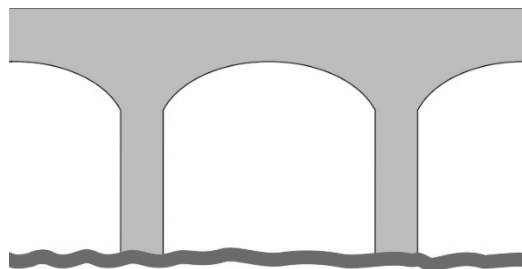
13

Типография имеет три переплётных цеха. В первом цехе могут переплести 32 книги за 2 ч, во втором – 24 книги за 4 ч, в третьем – 10 книг за 1 ч. Типография отпечатала 2000 книг, которые необходимо распределить между переплётными цехами так, чтобы, одновременно начав работу, они окончили её также одновременно. Сколько книг необходимо отправить в первый цех?

[illegible]

14

Верхний край судоходного пролёта моста имеет форму дуги окружности радиусом 60 м. Расстояние между опорами равно 72 м. Видимая часть опор имеет длину 30,3 м. Найдите максимальное расстояние от поверхности воды до верхнего края судоходного пролёта моста.



Решение.

Ответ:

15

На столе стоит цилиндрическая банка с водой. Радиус основания банки  $R = 5$  см. Если в эту банку опускают шарик радиусом  $r = 3$  см, то он ложится на дно банки, а поверхность воды при этом поднимается настолько, что становится касательной к шарiku. Найдите объём воды в банке.

[illegible]

**Система оценивания проверочной работы по математике**

Правильный ответ на каждое из заданий 1–11 оценивается 1 баллом. Задание считается выполненным верно, если обучающийся дал правильный ответ в виде целого числа, или конечной десятичной дроби, или последовательности цифр.

Номер задания	Правильный ответ		
	Пример 1	Пример 2	Пример 3
1	8,4	3	
2	17 400	50	9
3	245	15	36
4	–0,6	51	2
5	135	120	12
6	135; 153; 315; 351; 513; 531; 256; 265; 526; 562; 625; 652	15; 51	192 000

Номер задания	Правильный ответ			
	Пример 1	Пример 2	Пример 3	Пример 4
7	9	2	4	
8	24	24		
9	0,08	0,2	0,657	
10	2341	1342		
11	4	–1,75		

**Критерии оценивания выполнения заданий с развёрнутым ответом****12**Решите уравнение  $(4^x - 9 \cdot 2^x + 8) \cdot \sqrt{x-2} = 0$ .**Решение.**

Учитывая, что произведение равно нулю, когда один из сомножителей равен нулю, а второй при этом существует, имеем:

$$1) \begin{cases} 4^x - 9 \cdot 2^x + 8 = 0, \\ x - 2 \geq 0. \end{cases}$$

Решим первое уравнение системы  $4^x - 9 \cdot 2^x + 8 = 0$ , пусть  $t = 2^x, t > 0$ , тогда уравнение примет вид:  $t^2 - 9t + 8 = 0$ , корни которого  $t_1 = 1, t_2 = 8$ . Произведём обратную замену,

получим  $\begin{cases} 2^x = 1, \\ 2^x = 8, \end{cases}$  отсюда  $\begin{cases} x = 0, \\ x = 3, \end{cases}$  учитывая условие  $x - 2 \geq 0$ , получим  $x = 3$ .

2) Так как первый сомножитель существует при любом  $x$ , то второй сомножитель равен нулю при условии  $x - 2 = 0$ , отсюда  $x = 2$ .

**Ответ:** 2; 3.**Критерии оценивания выполнения задания**

Содержание критерия	Баллы
Обоснованно получен верный ответ	2
Получен неверный ответ из-за вычислительной ошибки, при этом имеется верная последовательность всех шагов решения	1
Решение не соответствует ни одному из критериев, перечисленных выше	0
<i>Максимальный балл</i>	<i>2</i>

13

Типография имеет три переплётных цеха. В первом цехе могут переплести 32 книги за 2 ч, во втором – 24 книги за 4 ч, в третьем – 10 книг за 1 ч. Типография отпечатала 2000 книг, которые необходимо распределить между переплётными цехами так, чтобы, одновременно начав работу, они окончили её также одновременно. Сколько книг необходимо отправить в первый цех?

**Решение.**

Из условия задачи следует, что производительность первого цеха 16 книг в час, второго – 6 книг в час, третьего – 10 книг в час. Пусть в первый цех отправили  $x$  книг, во второй –  $y$  книг, в третий –  $z$  книг. Тогда имеем систему

$$\begin{cases} x + y + z = 2000, \\ \frac{x}{16} = \frac{z}{10}, \\ \frac{y}{6} = \frac{z}{10}. \end{cases}$$

Получим:  $\frac{8z}{5} + \frac{3z}{5} + z = 2000$  или  $z = 625$ , тогда  $x = 1000$ . Таким образом, в первый цех необходимо отправить 1000 книг.

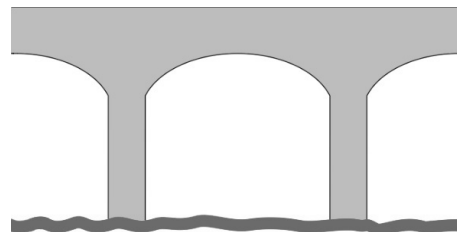
**Ответ:** 1000.

**Критерии оценивания выполнения задания**

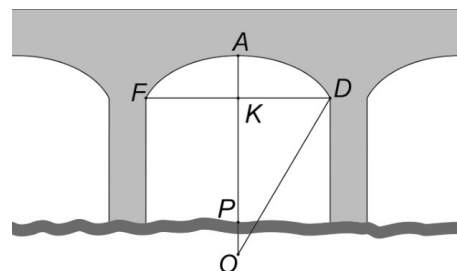
Содержание критерия	Баллы
Обоснованно получен верный ответ	2
Обоснованно составлена математическая модель для распределения книг между переплётными цехами, но получен неверный ответ из-за вычислительной ошибки, при этом имеется верная последовательность всех шагов решения	1
Решение не соответствует ни одному из критериев, перечисленных выше	0
<i>Максимальный балл</i>	2

14

Верхний край судоходного пролёта моста имеет форму дуги окружности радиусом 60 м. Расстояние между опорами равно 72 м. Видимая часть опор имеет длину 30,3 м. Найдите максимальное расстояние от поверхности воды до верхнего края судоходного пролёта моста.

**Решение.**

Расставим обозначения в иллюстрации к задаче. Максимальное расстояние от поверхности воды до моста будет в случае, когда расстояние измеряется в наивысшей точке дуги  $A$ . Пусть  $O$  – центр окружности,  $F$  и  $D$  – точки соединения дуги с опорой,  $K$  – точка пересечения  $AO$  и  $FD$ ,  $P$  – точка, в которой  $AO$  пересекает поверхность воды. Тогда  $OD = 60$ ,  $KP = 30,3$ ,  $FD = 72$ , искомое расстояние –  $AP$ .



Так как  $FD = 72$  и  $OA$  – ось симметрии, то  $KD = 36$ . По теореме Пифагора из  $\triangle OKD$  имеем  $OK = \sqrt{60^2 - 36^2} = \sqrt{(60-36)(60+36)} = \sqrt{24 \cdot 96} = \sqrt{48 \cdot 48} = 48$ ,

$$OP = OK - KP = 48 - 30,3 = 17,7.$$

Далее, вычитая из радиуса окружности  $OA$  длину отрезка  $OP$ , получим  $AP = OA - OP = 60 - 17,7 = 42,3$ .

**Ответ:** 42,3.

**Критерии оценивания выполнения задания**

Содержание критерия	Баллы
Обоснованно получен верный ответ	2
Обоснованно найдено нужное расстояние, но получен неверный ответ из-за вычислительной ошибки, при этом имеется верная последовательность всех шагов решения.	1
Решение не соответствует ни одному из критериев, перечисленных выше	0
Максимальный балл	2

15

На столе стоит цилиндрическая банка с водой. Радиус основания банки  $R = 5$  см. Если в эту банку опускают шарик радиусом  $r = 3$  см, то он ложится на дно банки, а поверхность воды при этом поднимается настолько, что становится касательной к шару. Найдите объём воды в банке.

**Решение.**

Если поверхность воды становится касательной к шару, то высота слоя воды равна диаметру шара ( $h = 6$  см.). Тогда объём воды вместе с шаром можно определить по формуле

$V = \pi R^2 h$ . Если из этого объёма вычесть объём шара ( $\frac{4}{3}\pi r^3$ ), то получим объём воды

в банке:  $V_{\text{воды}} = \pi R^2 h - \frac{4}{3}\pi r^3$ . Подставив данные задачи, получим

$$V_{\text{воды}} = \pi \cdot 5^2 \cdot 6 - \frac{4}{3}\pi \cdot 3^3 = 3\pi(50 - 12) = 114\pi.$$

**Ответ:**  $114\pi$ .

**Критерии оценивания выполнения задания**

Содержание критерия	Баллы
Обоснованно получен верный ответ	2
Обоснованно составлена математическая модель для вычисления объёма воды в сосуде, но получен неверный ответ из-за вычислительной ошибки, при этом имеется верная последовательность всех шагов решения	1
Решение не соответствует ни одному из критериев, перечисленных выше	0
Максимальный балл	2

**Система оценивания выполнения всей работы**

Максимальный балл за выполнение работы – 19.

*Рекомендации по переводу первичных баллов в отметки по пятибалльной шкале*

Отметка по пятибалльной шкале	«2»	«3»	«4»	«5»
Первичные баллы	0–5	6–11	12–15	16–19